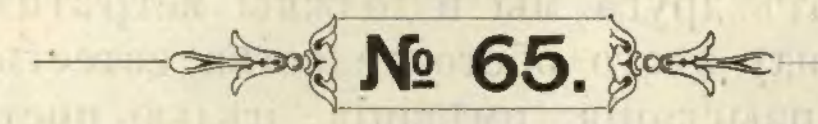
ВѢСТНИКЪ
ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ
И
ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



№ 65.

VI Сем. 25 Февраля 1889 г. № 5.

О ГАЗООБРАЗНОМЪ И ЖИДКОМЪ
состоянiи тѣлъ.

По атомистической теорiи строенiя матерiи всѣ тѣла природы состоятъ изъ мельчайшихъ, недѣлимыхъ частицъ, обладающихъ нѣкоторыми вполнѣ опредѣленными размѣрами, но недоступныхъ до сихъ поръ по причинѣ своей малости никакимъ непосредственнымъ наблюденiямъ. Эти физически недѣлимыя частицы носятъ общее названiе молекулъ даннаго вещества *). Различнымъ разстоянiемъ и взаимнымъ расположенiемъ этихъ частицъ и обусловливаются три характеристичныя состоянiя: твердое, жидкое и газообразное, въ которыхъ тѣла природы намъ и представляются.

Если вообразимъ себѣ какое нибудь однородное тѣло, представляющее, собственно говоря, ничто иное какъ цѣлую совокупность молекулъ, то между каждыми двумя частицами разсматриваемой системы дѣйствуютъ вообще нѣкоторыя опредѣленныя силы, которымъ въ механикѣ присвоено общее названiе внутреннихъ силъ разсматриваемой системы. Къ этимъ внутреннимъ силамъ могутъ присовокупиться еще такъ называемыя внѣшнiя силы, дѣйствующiя на тѣло, первичную причину которыхъ надо разсматривать какъ лежащую внѣ разсматриваемой системы.

Частицы тѣла находятся кромѣ того въ постоянныхъ движенiяхъ, обусловливаемыхъ по современнымъ воззрѣнiямъ механической теорiи теплоты, количествомъ теплоты, заключенной въ тѣлѣ. Не будучи подвержены дѣйствiю никакихъ силъ, эти частицы начали бы расходиться и разсѣиваться въ пространствѣ, и взятое тѣло распалось бы на свои составныя части. Такимъ образомъ, если наше тѣло должно существовать какъ нѣкоторое опредѣленное цѣлое и быть при этомъ въ равновѣсiи, то для этого необходимо, чтобы три вышеупомянутые фактора, характеризующiе состоянiе тѣла, были взаимно уравновѣшены. Вопросъ о состоянiи какого-нибудь тѣла является такимъ образомъ вопросомъ чисто механическимъ, который однако въ общемъ случаѣ не былъ еще разрѣшенъ, главнымъ образомъ въ виду того обстоятельства, что законы дѣйствiя внутреннихъ силъ, вообще говоря, чрезвычайно сложны и до

*) Молекула можетъ еще быть разложена химическими процессами на свои составныя части или атомы, которые въ свою очередь принимаются уже болѣе недѣлимыми и представляютъ такимъ образомъ первичное начало матерiи.

сихъ поръ мало изслѣдованы. Относительно этихъ внутреннихъ силъ можно пока съ достовѣрностью только сказать, что онѣ тогда только имѣютъ замѣтную величину, когда относительное разстояніе частицъ, между которыми эти силы дѣйствуютъ, само по себѣ чрезвычайно мало. Чѣмъ больше разстояніе молекулъ другъ отъ друга, тѣмъ меньше эти внутреннія силы; поэтому въ газообразныхъ тѣлахъ, гдѣ молекулы болѣе всего удалены другъ отъ друга, мы и должны встрѣтить самыя простыя условія вопроса. Въ виду этого обстоятельства естественно ожидать, что первыя теоретическія изысканія, имѣвшія цѣлью поставить вопросъ о состояніи тѣла на почву раціональной механики, должны были раньше всего коснуться тѣлъ газообразныхъ. И дѣйствительно, мы знаемъ, что трудами Herapalt'a, Krönig'a, Clausius'a, Joule'a, Maxwell'a и многихъ другихъ было положено основаніе и развита кинетическая теорія газовъ, которая хотя еще въ разныхъ своихъ деталяхъ и требуетъ могихъ усовершенствованій и дополненій, но которую тѣмъ не менѣе теперь уже можно считать стоящею вполнѣ на незыблемомъ основаніи.

Вторая ступень есть кинетическая теорія жидкостей.

Настоящей теоріи жидкостей, столь разработанной какъ теорія газовъ, пока совсѣмъ и не существуетъ; вопросъ этотъ слишкомъ сложный, чтобы можно было теперь уже ожидать его удовлетворительнаго разрѣшенія.

Но тѣмъ не менѣе въ этомъ направленіи уже очень многое сдѣлано, настоящій путь намѣченъ и дальнѣйшая разработка и развитіе механической теоріи жидкостей является такимъ образомъ только вопросомъ времени.

Въ виду того значительнаго интереса, который представляетъ собою вопросъ о теоріи жидкостей, я и хочу развить его въ этой статьѣ нѣсколько подробнѣе. Я конечно, долженъ буду ограничиться только самыми главными изслѣдованіями и пользоваться только самыми важными данными по этому вопросу, такъ какъ, не задаваясь совсѣмъ цѣлью представить по возможности полную картину теоріи жидкостей, ограничиваюсь только желаніемъ подѣлиться съ читателями „Вѣстника" тѣми свѣдѣніями, которыя могутъ, мнѣ кажется, представить для нихъ наибольшій интересъ.

Такъ какъ попытки создать раціональную теорію жидкостей стоятъ въ тѣсной зависимости съ кинетической теоріей газовъ и явились, такъ сказать, результатомъ усовершенствованія послѣдней, то нельзя, будетъ перейти къ разсматриванію жидкостей, не развивъ, хотя вкратцѣ, основныхъ положеній кинетической теоріи газовъ.

Поэтому я и предполагаю раздѣлить всю статью на слѣдующіе 6 отдѣловъ:

1) Основанія кинетической теоріи газовъ.
2) Уравненія состоянія.
3) Критическое состояніе тѣлъ.
4) Расширеніе жидкостей.
5) Насыщенные пары.
6) Молекулярное давленіе и поверхностное напряженіе.

I.

Основанія кинетической теоріи газовъ.

Два основные, экспериментальнымъ путемъ открытые, закона газовъ суть, какъ извѣстно, законы Бойля-Маріотта и Гей-Люсака.

Первый изъ этихъ законовъ гласитъ, что при той-же температурѣ давленіе газа обратно пропорціонально занимаемому имъ объему. Законъ Гей-Люсака гласитъ, что всѣ газы расширяются одинаковымъ образомъ и что это расширеніе не зависитъ отъ давленія, испытываемаго газомъ.

Оба эти закона могутъ быть совокупно выражены слѣдующей очень простой формулой, представляющей, какъ извѣстно, характеристичное уравненіе газообразнаго состоянія тѣлъ

$$pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t), \quad \dots\dots\dots (1)$$

гдѣ p и v представляютъ собою давленіе и объемъ газа при нѣкоторой температурѣ t, выраженной въ градусахъ Цельзія, p_0 и v_0 тѣ-же величины для температуры тающаго льда, а α—нѣкоторая постоянная величина, именуемая коэффиціентомъ расширенія и равная для всѣхъ газовъ $\frac{1}{273}$.

Формулу (1) можно представить въ нѣсколько иномъ видѣ. Если мы имѣемъ дѣло съ единицей массы какого нибудь газа и обозначимъ плотность газа, т. е. массу единицы объема, черезъ ρ, то очевидно

$$v = \frac{1}{\rho} \text{ и } v_0 = \frac{1}{\rho_0}.$$

Слѣдовательно

$$p = \frac{p_0}{\rho_0} . \rho (1 + \alpha t) \quad \dots\dots\dots (2)$$

Вопросъ теперь заключается въ томъ, какимъ образомъ эти основные законы газообразнаго состоянія тѣлъ, могутъ быть непосредственнымъ образомъ выведены изъ кинетической теоріи газовъ. Для этого мы и разсмотримъ сначала тѣ положенія, которыя лежатъ въ основаніи упомянутой теоріи.

Кинетическая теорія газовъ зиждется на слѣдующей основной гипотезѣ о сущности газообразнаго состоянія тѣлъ. Всякій газъ принимается состоящимъ изъ огромнаго множества частицъ, размѣры которыхъ въ сравненіи съ среднимъ разстояніемъ между каждыми двумя смежными частицами чрезвычайно малы. Каждая такая отдѣльная частица находится вообще не въ покоѣ, но въ постоянномъ движеніи, при чемъ направленія этихъ движеній измѣняются, вообще говоря, отъ одной частицы къ другой. Всѣ эти движенія (по отношенію къ ихъ направленію) не подвержены никакому опредѣленному закону, дающему одному направленію какое нибудь преимущество предъ другимъ, и молекулы газа могутъ слѣдовательно двигаться безразлично по всѣмъ возможнымъ направленіямъ въ пространствѣ.

Мы уже видѣли, что какое нибудь взаимодѣйствіе между смежными частицами того-же вещества возможно только тогда, когда ихъ относительное разстояніе чрезвычайно мало, и отсюда уже прямо слѣдуетъ, что въ тѣлахъ газообразныхъ, гдѣ взаимное разстояніе частицъ, вообще говоря, сравнительно очень велико, каждая отдѣльная частица можетъ быть разсматриваема какъ свободная въ своемъ движеніи и какъ движущаяся, слѣдовательно, прямолинейно и равномѣрно *). Измѣненія въ этомъ движеніи могутъ произойти только въ тѣхъ, сравнительно рѣдкихъ, случаяхъ, когда одна частица въ своемъ движеніи совершенно близко подойдетъ къ другой или даже, скажемъ для простоты, какъ это нѣкоторыми и принимается, столкнется съ послѣдней. Такой характеръ движенія частицъ въ газообразныхъ тѣлахъ тотчасъ-же нагляднымъ образомъ выясняетъ намъ причину столь большой расширяемости газовъ, т. е. причину стремленія газовъ занять по возможности большій объемъ.

По современнымъ воззрѣніямъ механической теоріи теплоты, количество теплоты, заключенное въ тѣлѣ, обусловливается невидимыми для глаза движеніями, совершаемыми мельчайшими частицами вещества. Движенія эти могутъ состоять какъ въ общихъ движеніяхъ молекулъ, какъ цѣлыхъ, такъ и въ движеніи составляющихъ атомовъ въ каждой отдѣльной молекулѣ разсматриваемаго вещества. Въ разборъ послѣднихъ мы здѣсь входить не будемъ, а ограничимся только общими движеніями центра тяжести молекулъ, что собственно говоря для насъ теперь только и имѣетъ значеніе. Теплота тѣла представляетъ собою такимъ образомъ ничто иное, какъ живую силу всѣхъ этихъ частичныхъ движеній. Въ твердыхъ тѣлахъ эти движенія чрезвычайно сложны, но въ газахъ они, наоборотъ, какъ мы только что видѣли, имѣютъ самый простой характеръ, такъ какъ молекулы двигаются между двумя смежными ударами прямолинейно и равномѣрно, и этимъ-то прямолинейнымъ и равномѣрнымъ движеніемъ и характеризуется слѣдовательно самое тепловое движеніе молекулъ газа.

Исходя изъ этихъ общихъ соображеній о природѣ газовъ, можно уже, какъ мы сейчасъ и покажемъ, теоретическимъ путемъ вывести основные два закона газовъ; для этого придется только еще нѣсколько точнѣе опредѣлить понятіе о температурѣ въ газообразныхъ тѣлахъ, что мы потомъ и сдѣлаемъ.

Представимъ себѣ теперь нѣкоторую массу, напримѣръ единицу массы газа, заключеннаго въ замкнутомъ со всѣхъ сторонъ сосудѣ. Молекулы газа, находясь въ постоянныхъ движеніяхъ, сталкиваясь между собою, отскакивая вслѣдъ за этимъ другъ отъ друга, мѣняя при этомъ свое направленіе, достигаютъ наконецъ самыхъ стѣнокъ сосуда, о которыя онѣ также съ силою ударяются. Въ этихъ то постоянныхъ, быстро слѣдуемыхъ другъ за другомъ ударахъ и заключается самая причина такъ называемаго давленія газа на стѣнки сосуда.

Уже въ 18-мъ вѣкѣ D. Bernoulli **) показалъ, что законъ Бойля-

---

*) Ничтожное вліяніе силы тяжести при этихъ изысканіяхъ не принимается во вниманіе.

**) Hydrodynamica. Argentorati. 1738. Sec. X. p. 200. См. также Pogg. Ann. Bd. 107. p. 490. 1859. O. E. Meyer. Die Kinetische Theorie der Gaze. Breslau. 1877.

Маріотта, по которому давленіе газа прямо пропорціонально его плотности, можетъ быть очень простымъ образомъ объясненъ увеличеніемъ числа ударовъ, испытываемыхъ стѣнками сосуда въ болѣе плотномъ газѣ.

Дѣйствительно, представимъ себѣ, что первоначальный объемъ v, занимаемый газомъ, уменьшился и сдѣлался равнымъ напримѣръ v_1, при чемъ $\frac{v}{v_1}$ пусть будетъ равно q $(q>1)$. Плотность газа при этомъ очевидно увеличилась и изъ ρ сдѣлалась ρ_1, при чемъ

$$\rho_1=q\rho.$$

Что-же произошло съ давленіемъ? Во первыхъ, среднее разстояніе между каждыми двумя смежными частицами уменьшилось въ отношеніи 1 къ $q^{1/3}$, такъ что число частицъ, расположенныхъ предъ каждою единицею поверхности стѣнки сосуда, увеличилось, наоборотъ, въ $q^{2/3}$ разъ. Въ этомъ-же отношеніи очевидно должно увеличиться и давленіе, такъ какъ на ту же единицу поверхности приходится теперь большее и именно въ $q^{2/3}$ разъ большее число ударяющихъ молекулъ. Кромѣ того, такъ какъ среднее разстояніе между смежными частицами уменьшилось въ отношеніи 1 къ $q^{1/3}$, то число ударовъ частицъ между собою или о стѣнки сосуда должно вслѣдствіи этого увеличиться, и именно въ $q^{1/3}$ разъ. Отсюда уже слѣдуетъ, что когда плотность газа увеличилась въ отношеніи q къ 1, то и давленіе газа должно увеличиться въ $q^{2/3}.q^{1/3}=q$ разъ. А это есть ничто иное. какъ законъ Бойля-Маріотта.

Разсмотримъ теперь, что произойдетъ, если, оставляя объемъ газа постояннымъ, станемъ возвышать температуру.

При возвышеніи температуры увеличивается количество теплоты, заключенное въ тѣлѣ, т. е. увеличивается живая сила поступательнаго движенія молекулъ, измѣряемая, какъ извѣстно, половиною произведенія массы на квадратъ скорости движенія. При увеличеніи скорости поступательнаго движенія молекулъ увеличивается въ томъ-же отношеніи какъ число ударовъ, испытываемыхъ стѣнками, въ единицу времени, такъ и самая сила (импульсъ) каждаго отдѣльнаго удара. Отсюда уже слѣдуетъ, что давленіе газа пропорціонально квадрату скорости частицъ, т. е. пропорціонально кинетической энергіи или живой силѣ молекулъ.

Указавъ такимъ образомъ, въ чемъ именно заключается самая сущность давленія газовъ, не трудно уже вычислить и самую величину этого давленія, когда извѣстна скорость поступательнаго движенія молекулъ. Установивъ зависимость между этими элементами, не трудно будетъ рѣшить затѣмъ и обратную задачу, т. е. по извѣстному давленію вычислить среднюю скорость поступательнаго движенія частицъ для различныхъ газовъ.

Выдѣлимъ мысленно изъ одной изъ стѣнокъ сосуда, въ которомъ разсматриваемый газъ заключенъ, единицу поверхности. Представимъ

себѣ для простоты, что всѣ молекулы обладаютъ нѣкоторою среднею, одинаковою для всѣхъ скоростью G, и что удары молекулъ о стѣнки сосуда происходятъ по законамъ удара совершенно упругихъ тѣлъ. Мы сдѣлали эти допущенія для простоты изложенія, но тотъ-же выводъ можно сдѣлать и не дѣлая этихъ ограниченій, только общее рѣшеніе вопроса потребуетъ тогда болѣе сложныхъ математическихъ выкладокъ *).

Пусть число молекулъ, заключенныхъ въ единицѣ объема, будетъ N, средняя масса каждой изъ нихъ m. Представимъ себѣ, опять только для простоты, что нашъ сосудъ имѣетъ форму параллелепипеда, площадь основанія котораго равна 1, а высота равна h. Частицы газа находятся въ движеніи по всѣмъ возможнымъ направленіямъ, но мы можемъ себѣ представить, согласно съ Krönig'омъ и Joule'емъ, что движенія молекулъ происходятъ параллельно тремъ взаимно перпендикулярнымъ направленіямъ или осямъ, при чемъ еще число молекулъ, принимающихъ участіе въ каждомъ отдѣльномъ такомъ фиктивномъ движеніи, параллельно какой-нибудь изъ осей, равно $\frac{N}{3}$. Болѣе общее, строгое рѣшеніе вопроса привело бы къ тому-же самому результату, какъ и это допущеніе, которое имѣетъ къ тому-же преимущество быть нагляднымъ. Возьмемъ одну изъ осей параллельно высотѣ параллелепипеда h. Когда какая нибудь молекула ударяется нормально о стѣнку сосуда, то скорость поступательнаго движенія дѣлается изъ положительной отрицательной, и молекула отскакиваетъ съ тою-же скоростью назадъ. Сила толчка, сообщеннаго ею стѣнкѣ сосуда или такъ называемый импульсъ силы въ продолженіе удара измѣряется, какъ учитъ механика, измѣненіемъ количества движенія ударяющагося тѣла, т. е. произведеніемъ изъ массы на измѣненіе скорости. Въ нашемъ случаѣ, если обозначимъ массу молекулы чрезъ m, сила каждаго отдѣльнаго удара выразится произведеніемъ

$$2m.\ G.$$

Такъ какъ высота разсматриваемаго параллелепипеда равна h, а скорость поступательнаго движенія есть G, то каждая молекула ударится о ту-же стѣнку сосуда $\frac{G}{2h}$ разъ въ секунду, измѣняя каждый разъ свое количество движенія на $2m.G$.

Въ суммѣ это дастъ

$$\frac{G}{2h}.2mG=\frac{mG^2}{h}.$$

Число молекулъ, заключенныхъ въ единицѣ объема есть N, въ разсматриваемомъ-же параллелепипедѣ, объемъ котораго численно равенъ h,—Nh, а число молекулъ, движущихся нормально къ стѣнкѣ сосуда, будетъ $\frac{Nh}{3}$. Другія $\frac{2Nh}{3}$ молекулы двигаются параллельно разсматриваемой стѣнкѣ.

*) См. O. E. Meyer. Die Kinetische Theorie der Gaze. p. 258.

Общее давленіе газа p на нашу единицу поверхности будетъ такимъ образомъ:

$$\frac{Nh}{3}\cdot\frac{mG^2}{h}$$

т. е.

$$p=\frac{1}{3}NmG^2.$$

Nm есть ничто иное какъ масса единицы объема, т. е. плотность, слѣдовательно $Nm=\rho$.

Откуда окончательно:

$$p=\frac{1}{3}\rho G^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Изъ этой основной формулы кинетической теоріи газовъ, зная давленіе и плотность газа, легко получить и абсолютную величину средней скорости поступательнаго движенія молекулъ. Возьмемъ за единицу длины метръ, а за единицу вѣса килограммъ.

ρ представляетъ собою такимъ образомъ массу одного кубическаго метра газа, т. е. вѣсъ такого-же кубическаго метра, дѣленный на ускореніе силы тяжести

$$g=9{,}809 \text{ метр.}$$

Вѣсъ одного кубическаго метра воздуха при 0° и при давленіи одной атмосферы (760 мм.) равно по Regnault 1,293 килогр. Отсюда, обозначая чрезъ δ удѣльный вѣсъ газа относительно воздуха, мы получаемъ:

$$\rho=\frac{1{,}293.\delta}{9{,}809}=0{,}1318.\delta.$$

p есть давленіе одной атмосферы, т. е. вѣсъ столба ртути, площадь основанія котораго равна одному квадратному метру, а высота равна 760 мм.=0,760 метр. Удѣльный вѣсъ ртути относительно воды равенъ 13,596, а такъ какъ одинъ кубическій метръ воды вѣситъ 1000 киллограммовъ, то

$$p=1.0{,}760.1000.13{,}596=10333 \text{ килогр.}$$

Подставляя эти величины для p и ρ въ формулу (1), получимъ

$$G=\sqrt{\frac{3.10333}{0.1318.\delta}}=\frac{485 \text{ метр.}}{\sqrt{\delta}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Для различныхъ газовъ мы получимъ отсюда, подставляя различныя величины δ, слѣдующія среднія абсолютныя скорости поступательнаго движенія молекулъ:

Названіе газа.	∂	G
Кислородъ (O_2)	1,105	461 м.
Воздухъ.	1	485 „
Азотъ (N_2)	0,9701	492 „
Водородъ (H_2).	0,06923	1843 „

Мы видимъ отсюда какими громадными поступательными скоростями частицы газа вообще обладаютъ; при этомъ еще формула (2) показываетъ, что скорости эти обратно пропорціональны корню квадратному изъ удѣльнаго вѣса соотвѣтствующаго газа.

Приведенныя скорости G относятся всѣ къ температурѣ 0°Ц. Посмотримъ теперь, что произойдетъ если станемъ возвышать температуру газа. Мы уже видѣли, что съ возвышеніемъ температуры увеличивается кинетическая энергія поступательнаго движенія молекулъ, и если мы только допустимъ, что эта кинетическая энергія характеризуется именно тѣмъ, что мы называемъ температурой, иначе говоря, точнѣе, что относительное измѣненіе этой кинетической энергіи молекулъ прямо пропорціонально измѣненію температуры, то мы получимъ тотчасъ-же, какъ необходимое слѣдствіе, законъ Гей-Люссака.

Дѣйствительно, если G_0 представляетъ собою среднюю скорость движенія частицъ при температурѣ 0^0, то для всякой другой температуры t та-же средняя скорость движенія G опредѣлится на основаніи только что сдѣланнаго замѣчанія по формулѣ:

$$G^2 = G_0^2(1+\alpha t), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

гдѣ α есть нѣкоторая постоянная величина.

Раньше было найдено вообще, что

$$p = \frac{1}{3}\rho G^2,$$

подставляя сюда величину G^2 изъ формулы (3), получимъ

$$p = \frac{1}{3}\rho G_0^2(1+\alpha t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

то есть давленіе газа есть линейная функція температуры.

Это и есть, собственно говоря, ничто иное какъ законъ Гей-Люссака. Дѣйствительно, замѣнивъ ρ равною ему величиной $\frac{1}{v}$, получимъ

$$v = \frac{G_0^2}{3p}(1+\alpha t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4')$$

При томъ-же давленіи $\frac{G_0^2}{3p}$ есть постоянная величина, представляющая собою ничто иное, какъ объемъ газа при 0°.

Слѣдовательно

$$v = v_0(1+\alpha t).$$

А это и есть законъ Гей-Люссака.

Что a не зависитъ отъ t и имѣетъ для всѣхъ газовъ ту-же самую постоянную величину, слѣдуетъ уже прямо изъ опредѣленія температуры газа, но можно и другимъ, пожалуй болѣе нагляднымъ, путемъ показать, что коэффиціентъ пропорціональности a, который собственно говоря представляетъ собою ничто иное, какъ коэффиціентъ расширенія газовъ, дѣйствительно для всѣхъ газовъ имѣетъ то-же самое постоянное значеніе.

Такъ какъ теплота въ газѣ характеризуется кинетической энергіей движенія молекулъ, и такъ какъ при нѣкоторой чрезвычайно низкой для всѣхъ тѣлъ одинаковой температурѣ, носящей названіе температуры абсолютнаго нуля, количество теплоты, заключенной въ тѣлѣ, дѣлается равнымъ нулю, то изъ этого слѣдуетъ, что при этой температурѣ всякое движеніе молекулъ въ газѣ прекращается и G будетъ $=0$.

Изъ формулы (3) мы имѣемъ тогда

$$t = -\frac{1}{a}.$$

То есть a дѣйствительно есть постоянная величина равная, какъ показываетъ опытъ, для всѣхъ газовъ $\frac{1}{273}$.

Постоянство величины a можетъ быть доказано также на основаніи слѣдующихъ соображеній. Clausius впервые высказалъ положеніе, что въ смѣси двухъ или нѣсколькихъ газовъ, находящихся въ термическомъ равновѣсіи, разнородныя, т. е. принадлежащія различнымъ газамъ, молекулы должны въ среднемъ обладать той-же кинетической энергіей поступательнаго движенія. Если-бы этого не было, а молекулы одного какого нибудь изъ этихъ газовъ обладали бы, напримѣръ, большей кинетической энергіей, чѣмъ остальныя, то онѣ, при столкновеніи съ другими частицами отдали бы имъ часть своей энергіи и эта передача избыточной энергіи продолжалась бы до тѣхъ поръ, пока средняя кинетическая энергія каждаго газа, находящагося въ смѣси, не сдѣлалась бы для всѣхъ газовъ одинаковой. Итакъ равенство въ температурѣ двухъ какихъ нибудь газовъ влечетъ за собою необходимымъ образомъ и равенство средней кинетической энергіи поступательнаго движенія молекулъ обоихъ газовъ.

Теперь, на основаніи этого принципа, легко показать, что всѣ газы должны имѣть одинаковый коэффиціентъ расширенія.

Возьмемъ для простоты два только газа. Пусть среднія скорости молекулъ при 0° для каждаго изъ нихъ будутъ G_{01} и G_{02}, при температурѣ-же t—G'_{01} и G'_{02}.

Обозначимъ еще коэффиціентъ расширенія перваго газа чрезъ a_1, а второго чрезъ a_2, среднюю-же величину массы молекулы каждаго изъ этихъ газовъ—чрезъ m_1 и m_2.

Тогда, на основаніи принципа Clausius'а, мы должны имѣть слѣдующія равенства:

$$\frac{1}{2}m_1 G^2_{01} = \frac{1}{2}m_2 G^2_{02}$$

$$\frac{1}{2}m_1 (G'_{01})^2 = \frac{1}{2}m_2 (G'_{02})^2.$$

Съ другой стороны мы знаемъ, что

$$(G'_{01})^2 = G_{01}^2(1+\alpha_1 t)$$

$$(G'_{02})^2 = G^2_{02}(1+\alpha_2 t)$$

Подставляя эти величины и дѣля одно уравненіе на другое, мы имѣемъ:

$$1+\alpha_1 t = 1+\alpha_2 t.$$

То есть

$$\alpha_1 = \alpha_2,$$

что и требовалось доказать.

Мы уже видѣли, какими громадными поступательными скоростями частицы газа вообще обладаютъ, но изъ этого ошибочно было бы еще заключать, что самый путь, пройденный молекулой между двумя смежными ударами, также будетъ очень великъ. На самомъ дѣлѣ оказывается, что средняя величина этого пути чрезвычайно мала, такъ какъ большинство молекулъ встрѣчаютъ на своемъ пути почти тотчасъ-же другія молекулы, съ которыми онѣ и сталкиваются. Вопросъ о средней длинѣ пути молекулъ очевидно зависитъ отъ вѣроятности встрѣчи каждой молекулы съ другими молекулами того-же газа. Величину этой вѣроятности въ одномъ частномъ случаѣ можно опредѣлить совершенно элементарнымъ путемъ.

Пусть число молекулъ, заключенныхъ при данныхъ условіяхъ давленія и температуры въ единицѣ объема, будетъ N. Представимъ себѣ весь этотъ объемъ раздѣленнымъ на элементарные кубики такъ, чтобы сторона каждаго изъ нихъ была равна λ, при чемъ

$$N\lambda^3 = 1.$$

λ^3 представляетъ такимъ образомъ собою объемъ, приходящійся среднимъ числомъ на каждую отдѣльную молекулу даннаго газа.

Обозначимъ средній діаметръ молекулы, которую мы для простоты представляемъ себѣ шарообразной, черезъ σ. Если разстояніе между центрами двухъ молекулъ сдѣлается меньше σ, то молекулы должны столкнуться, поэтому σ называютъ также радіусомъ сферы дѣйствія молекулъ. Представимъ себѣ пока, что всѣ молекулы газа находятся въ покоѣ, а одна только движется со скоростью G.

$G.\pi\sigma^2$ представляетъ собою объемъ, описанный наибольшимъ сѣченіемъ сферы дѣйствія молекулы въ одну секунду, такъ какъ скорость есть ничто иное, какъ пространство, пройденное тѣломъ въ одну секунду. Въ этомъ объемѣ находится $N.G\pi\sigma^2$ молекулъ, поэтому разсматриваемая молекула очевидно ударится о другія $NG.\pi\sigma^2$ разъ въ секунду. Если мы означимъ средній путь молекулы между двумя ударами чрезъ l, то $NG.\pi\sigma^2 l$ представитъ собою средній путь, проходимый молекулой въ одну секунду, т. е. среднюю скорость G.

Отсюда слѣдуетъ, что

$$NG\pi\sigma^2 l = G$$

или

$$l=\frac{1}{\pi\sigma^2 N}=\frac{\lambda^3}{\pi\sigma^2}.$$

Такова была бы величина средняго пути молекулы, если бы она одна только находилась въ движенiи, всѣ-же остальныя въ покоѣ. Но такъ какъ на самомъ дѣлѣ всѣ молекулы газа находятся въ постоянныхъ движенiяхъ, то вѣроятность встрѣчи нашей молекулы съ остальными должна увеличиться, а потому и дѣйствительный среднiй путь молекулы долженъ быть нѣсколько меньше. И въ самомъ дѣлѣ оказывается, если мы предположимъ, что всѣ молекулы обладаютъ нѣкоторой общей скоростью G, что среднiй путь молекулы въ этомъ случаѣ будетъ, какъ показалъ Clausius *), равенъ:

$$l=\frac{\lambda^3}{\frac{4}{3}\pi\sigma^2} \quad \text{. . . . . (5)}$$

До сихъ поръ мы предполагали для простоты, что всѣ молекулы обладаютъ нѣкоторою общею среднею скоростью поступательнаго движенiя, но этого предположенiя можно совсѣмъ и не дѣлать; задача можетъ быть разрѣшена и въ самомъ общемъ случаѣ, какъ-бы это съ перваго взгляда труднымъ и ни казалось. Конечно гораздо естественнѣе и правдоподобнѣе предположить, что скорости поступательнаго движенiя разныхъ молекулъ вообще различны, при чемъ еще для большей общности слѣдуетъ допустить, что и абсолютныя величины этихъ скоростей могутъ принимать всевозможныя значенiя отъ 0 до ∞. Вопросъ заключается только въ томъ, какiя скорости наиболѣе вѣроятны. Очевидно à priori, что чрезвычайно малыя, равно какъ и чрезвычайно большiя скорости одинаково невѣроятны, и что должны слѣдовательно существовать нѣкоторыя промежуточныя скорости, которыя обладаютъ большею вѣроятностью, чѣмъ остальныя. Законъ распредѣленiя скоростей движенiя молекулъ въ газахъ былъ впервые высказанъ J. Cl. Maxwell'емъ**) и носитъ названiе закона Maxwell'я. Сущность этого закона лучше всего можно видѣть изъ слѣдующей формулы, которая показываетъ, какимъ образомъ вѣроятность y нѣкоторой скорости x, зависитъ отъ абсолютной величины этой скорости. При этомъ за единицу скоростей принята абсолютная величина вѣроятнѣйшей скорости.

$$y=\frac{4}{\sqrt{\pi}}x^2e^{-x^2}.$$

Мы видимъ, что $y=0$, какъ для $x=0$, такъ и для $x=\infty$, какъ оно и должно быть.

---

*) Abh. über d mech. Wärmetheorie. 2 Abth. 1867. См. также O. E. Meyer. Die Kinetische Theorie der Gaze. p. 292.

**) Phil. Mag. 1860 (4). Vol. 19; 1868 (4). Vol. 35. См. также работы Bolzmann'а въ Sitzungsberichte der Wiener Akademie.

O. E. Meyer. Die Kin. Theorie der Gaze.

Если, положивъ въ основаніе законъ Maxwell'a о распредѣленіи скоростей, опредѣлить среднюю величину пути молекулы l, то мы послѣ довольно продолжительныхъ вычисленій *) получимъ въ концѣ концовъ слѣдующее очень простое выраженіе:

$$l = \frac{\lambda^3}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Эта величина мало отличаются отъ той, которую даетъ формула (5), потому что $\sqrt{2}$ почти равно $^4/_3$.

Формула (6) не даетъ непосредственной возможности опредѣлить абсолютную величину l, потому что она содержитъ и другія неизвѣстныя величины. Изъ этой формулы видно однако, что, такъ какъ σ очевидно значительно меньше λ, то l будетъ значительно больше λ, т. е. средній путь, проходимый молекулой между двумя смежными ударами, значительно больше средняго разстоянія между каждыми двумя смежными частицами.

Существуетъ однако возможность получить изъ опыта и абсолютную величину этого средняго пути. Такъ напримѣръ наблюденія надъ треніемъ газовъ даютъ возможность опредѣлить величину l. Не вдаваясь въ различныя подробности, приведемъ здѣсь только нѣсколько чиселъ, опредѣленныхъ O. E. Meyer'омъ преимущественно изъ наблюденій Graham'a.

Числа эти даютъ въ *центиметрахъ* среднія пути молекулъ въ различныхъ газахъ; относятся они къ температурѣ 20°Ц. и къ давленію одной атмосферы.

Названіе газа.	Средній путь мол. l.
	цент.
Ціанъ (C_2N_2)	0,00000419
Хлоръ (Cl_2)	474
Сѣрнистый ангидридъ (SO_2)	485
Сѣроводородъ (SH_2)	628
Водяной паръ (H_2O)	649
Угольный ангидриръ (CO_2)	680
Амміакъ (NH_3)	737
Азотъ (N_2)	986
Кислородъ (O_2)	1059
Водородъ (H_2)	1855

Мы видимъ такимъ образомъ, что не смотря на громадныя поступательныя скорости, выражаемыя сотнями метровъ въ секунду, дѣйствительный путь, проходимый среднимъ числомъ молекулой между двумя ударами, выражается въ милліонныхъ доляхъ центиметра.

Этимъ краткимъ обзоромъ основныхъ положеній кинетической тео-

*) Доказательство закона Maxwell'a, равно какъ и опредѣленіе по немъ средняго пути молекулы, не доступно элементарному изложенію.

ріи газовъ придется здѣсь ограничиться, оставляя совершенно въ сторонѣ интересныя примѣненія этой теоріи къ явленіямъ тренія, диффузіи и теплопроводности газовъ. Вопросъ о теплоемкости газовъ и о свойствахъ молекулъ также не можетъ быть здѣсь разбираемъ *).

Сказаннаго однако, надѣюсь, будетъ достаточно, чтобы уяснить себѣ основные принципы кинетической теоріи газовъ и чтобы можно было теперь уже непосредственно перейти къ разсмотрѣнію такъ называемыхъ уравненій состоянія. *Б. Голицынъ* (Страсбургъ).

(Продолженіе слѣдуетъ).

Обобщеніе теоремъ Паскаля и Бріаншона.

Часть поверхности шара, ограниченная шестью дугами большихъ круговъ, наз. сферическимъ шестиугольникомъ.

Сфереческій шестиугольникъ наз. описаннымъ, если всѣ вершины его лежатъ въ одной плоскости. Иначе, вершины упомянутаго шестиугольника лежатъ на окружности круга пересѣченія сферы съ плоскостію, проходящею чрезъ три изъ вершинъ даннаго шестиугольника.

Шесть плоскостей, проходящихъ чрезъ центръ шара и касательныхъ къ упомянутому кругу, образуютъ описанный сферическій шестиугольникъ.

Если центръ шара возьмемъ за центръ проэктивности, то проэкція каждой изъ упомянутыхъ криволинейныхъ фигуръ на плоскость круга дастъ соотвѣтствующую прямолинейную фигуру, изъ коихъ одна есть вписанный въ кругъ шестиугольникъ, другая — описанный. Отсюда слѣдуетъ:

Теорема I. Точки пересѣченія трехъ паръ противоположныхъ сторонъ вписаннаго въ кругъ криволинейнаго шестиугольника лежатъ на окружности большаго круга.

Теорема II. Три большіе круга, проходящіе чрезъ противоположныя вершины описаннаго около круга сферическаго шестиугольника, имѣютъ общій діаметръ.

Двѣ послѣднія теоремы даны Брокардомъ.

К. Котельниковъ (Кіевъ).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

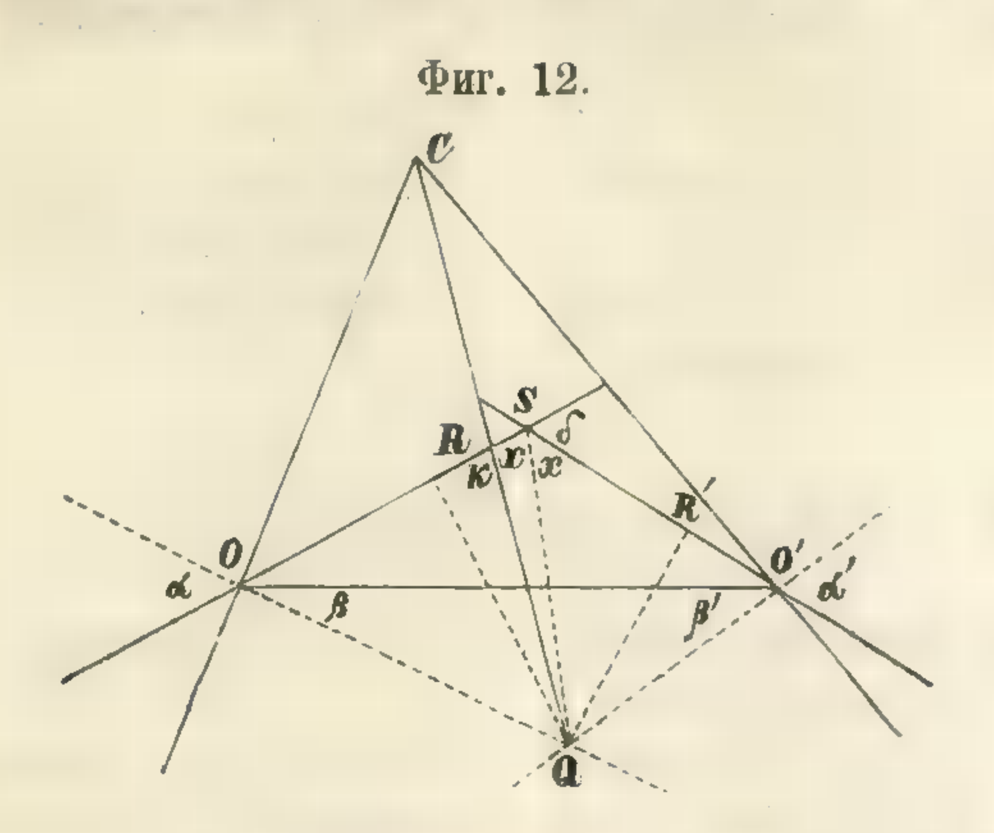
О нѣкоторыхъ простыхъ законахъ, которымъ подчиняется проходящій чрезъ призму лучъ свѣта и о наименьшемъ отклоненіи. (*W. Hess.* Ann. d. Physik und Chemie. Bd. XXXVI. Heft 1, S. 264).

Авторъ выводитъ условіе наименьшаго отклоненія луча при помощи нѣкоторыхъ очень простыхъ законовъ, приводимыхъ ниже.

I. Падающій на призму лучъ и выходящій изъ нея равно удалены отъ точки пересѣченія перпендикуляровъ, возставленныхъ изъ точекъ па-

*) Объ абсолютныхъ размѣрахъ молекулъ см. „Вѣстникъ Оп. Физ. и Эл. Математики“ IV сем. № 11. Стр. 241.

денія и выхожденія луча.—Оба они касаются круга, описаннаго изъ указанной точки пересѣченія какъ изъ центра.



Фиг. 12.

Пусть OS (фиг. 12) представляетъ падающій, OO' преломленный, SO' выходящій лучъ, и α, α', β, β' углы паденія и преломленія, тогда, по закону преломленія,

$$\frac{\operatorname{Sin}\alpha}{\operatorname{Sin}\beta}=\frac{\operatorname{Sin}\alpha'}{\operatorname{Sin}\beta'}\left(=n\right)$$

или

$$\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}\beta'=\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\beta \ldots.. \quad (1)$$

Означимъ чрезъ OQ и O'Q перпендикуляры изъ точекъ паденія и выхожденія луча, чрезъ QR и QR' разстоянія точки пересѣченія перпендикуляровъ отъ падающаго и выходящаго лучей OS и O'S, тогда

$$QR=OQ\operatorname{Sin}\alpha,\ QR'=O'Q\operatorname{Sin}\alpha'.$$

И слѣдов.

$$QR:QR'=OQ\operatorname{Sin}\alpha:O'Q\operatorname{Sin}\alpha'.$$

Но въ треугольникѣ OO'Q

$$OQ:O'Q=\operatorname{Sin}\beta':\operatorname{Sin}\beta,$$

слѣдовательно

$$QR:QR'=\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}\beta':\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\beta,$$

и на основаніи (1)

$$QR=QR'.$$

Доказанный законъ даетъ простой способъ для построенія выходящаго луча, а также для рѣшенія вопроса о возможности выхода луча изъ призмы.

I_a. *Если соединить вершину угла отклоненія луча съ точкой пересѣченія перпендикуляровъ, проведенныхъ изъ точекъ паденія и выхода луча, то соединительная линія дѣлитъ пополамъ уголъ, дополняющій уголъ отклоненія до 180°. (Такимъ образомъ въ каждой призмѣ входящій и выходящій лучи, биссекторъ угла отклоненія и линія, соединяющая вершину угла отклоненія съ точкой пересѣченія оптическихъ перпендикуляровъ, образуютъ четыре гармоническіе луча).*

Прямоугольные треугольники RSQ и QSR′ равны, поэтому

$$\angle RSQ = \angle QSR' = x = 90 - \frac{\delta}{2}.$$

II. Если проведемъ плоскость чрезъ преломляющее ребро призмы и точку пересѣченія оптическихъ перпендикуляровъ, то вершина угла отклоненія всегда будетъ находиться по той сторонѣ плоскости, гдѣ находится большій изъ двухъ угловъ—вхожденія или выхожденія.

Докажемъ сначала, что въ нашемъ чертежѣ, въ которомъ принято $\alpha' > \alpha$, половина угла, образуемаго лучами т. е. x, меньше угла k; тогда уголъ k будетъ внѣшнимъ относительно угла x, и S лежитъ вправо отъ QC. Изъ треугольника OSO′ имѣемъ:

$$\angle\delta = (\alpha - \beta) + (\alpha' - \beta') = \alpha + \alpha' - (\beta + \beta')$$

и слѣдов.

$$x = 90° - \frac{\delta}{2} = 90° + \frac{\beta + \beta'}{2} - \frac{\alpha + \alpha'}{2}.$$

Но въ четыреугольникѣ OCO′Q:

$$\angle OQC = \angle OO'C = 90° - \beta' \text{ и } \angle SOQ = \alpha,$$

слѣдов.

$$k = 90° + \beta' - \alpha.$$

Если должно быть $x < k$, то необходимо, чтобы

$$\frac{\beta + \beta'}{2} - \frac{\alpha + \alpha'}{2} < \beta' - \alpha, \quad \text{т. е. } \beta - \beta' < \alpha' - \alpha,$$

что въ дѣйствительности и удовлетворяется, такъ какъ правая сторона этого неравенства по предположенію положительна, лѣвая же отрицательна, такъ какъ меньшему углу паденія соотвѣтствуетъ и меньшій уголъ преломленія.

Если бы было $\alpha < \alpha'$, то подобныя разсужденія привели бы къ заключенію, что S должна находиться влѣво отъ QC.—Но въ этомъ нѣтъ необходимости, такъ какъ простое поворачиваніе чертежа изъ плоскости на 180° приводитъ наглядно къ такому заключенію.

III. Отклоненіе проходящаго чрезъ призму луча будетъ наименьшее, когда вершина угла отклоненія будетъ находиться въ плоскости, проходящей чрезъ преломляющее ребро и точку пересѣченія перпендикуляровъ, проведенныхъ изъ точки вхожденія и выхожденія луча; въ этомъ случаѣ лучъ проходитъ чрезъ призму симметрично.

Дѣйствительно δ будетъ minimum, когда x будетъ maximum. Но x всегда меньше k, и достигаетъ наибольшей величины тогда, когда S будетъ находиться на QC.—Тогда не можетъ быть ни $\alpha' > \alpha$, ни $\alpha > \alpha'$ т. е. должно быть $\alpha = \alpha'$, и на основаніи (1) также $\beta = \beta'$. *В. З.*

♦ **О началѣ свѣтового лучеиспусканія раскаленныхъ металловъ.** (*R. Emden.* Ann. d. Phys. und Chemie. Bd. XXXVI, Heft 1, S. 214).

По Draper'у, всѣ твердыя тѣла начинаютъ испускать свѣтовые лучи, когда температура ихъ достигаетъ 525°.—Но Weber показалъ, что металлы уже около 400° начинаютъ испускать лучи, дѣйствующіе на глазъ *).

По Draper'у, начинающее свѣтиться тѣло, кажется темнокраснымъ и его спектръ простирается отъ линіи B до линіи *b*, развиваясь при дальнѣйшемъ повышеніи температуры въ одномъ направленіи.—Согласно же новѣйшимъ изслѣдованіямъ свѣченіе тѣлъ начинается испусканіемъ особаго свѣта, который Weber называетъ призрачно-сѣрымъ (gespenstergraues) или туманносѣрымъ (düsternebelgraues), и при постепенномъ повышеніи температуры этотъ начальный сѣрый свѣтъ становится свѣтлѣе, переходитъ въ свѣтлосѣрый, затѣмъ въ желтоватосѣрый и потомъ уже въ красный, желтый, бѣлый.

Первоначальный сѣрый свѣтъ оказывается состоящимъ изъ лучей съ длиной волны зеленоватожелтыхъ лучей спектра.—Спектръ едва начинающаго свѣтиться тѣла состоитъ изъ сѣроватой полосы на томъ мѣстѣ, гдѣ при дальнѣйшемъ повышеніи температуры появляются зеленоватожелтые лучи; при повышеніи температуры спектръ развивается въ обѣ стороны.

R. Emden опредѣлилъ для ряда металловъ на сколько возможно было, точно температуру начинающагося свѣченія.—Опытъ показалъ, что для различныхъ металловъ температуры начинающагося испусканія свѣтовыхъ лучей различны, хотя разница между ними не велика.

Въ слѣдующей таблицѣ приведены температуры начинающагося сѣченія.

1. Нейзильберъ	403°	6. Платина	408°
2. Платина (нечистая)	404°	7. Серебро	415°
3. Желѣзо	405°	8. Мѣдь	415°
4. Латунь	405°	9. Золото	423°
5. Палладій	408°		

В. З.

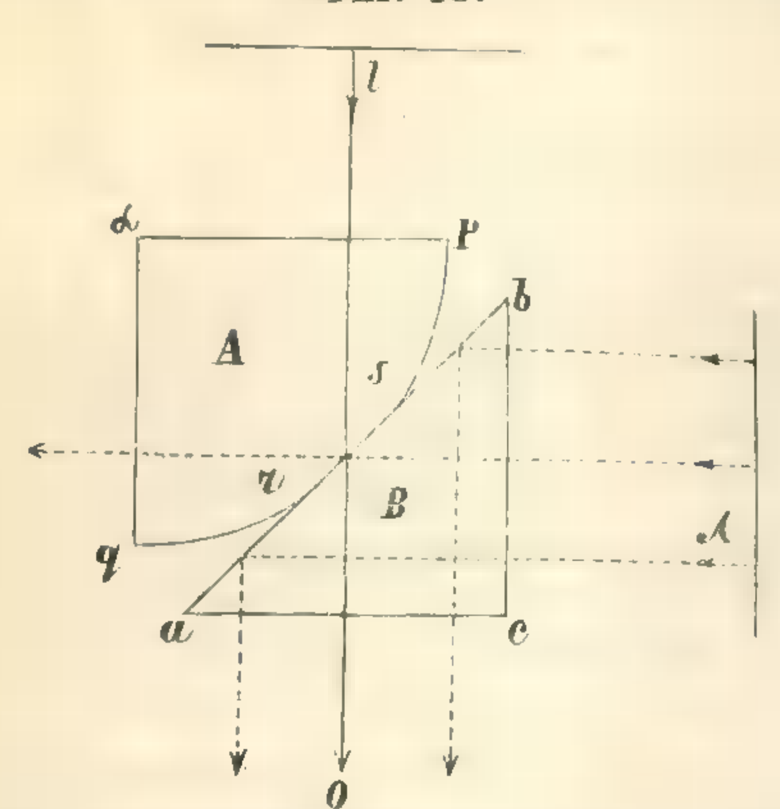
♦ **Замѣщеніе жирнаго пятна въ фотометрѣ при помощи чисто оптическаго прибора. Луммеръ.** (*O. Lummer.* Natw. Rundsch. 4. № 7. p. 81. 1889).

Въ практической фотометріи необходимо знать, во сколько разъ одно пламя кажется нашему глазу свѣтлѣе, чѣмъ другое. Это физіологическое дѣйствіе не можетъ быть поэтому измѣрено ни селеновой пластинкой, ни радіометромъ, ни болометромъ и т. д., гдѣ нашъ глазъ не принимается въ разсчетъ, а только фотометромъ. Изъ всѣхъ существующихъ фотометровъ самый лучшій считается Бунзена; но и у него есть слабыя стороны, а именно, что сравниваемое поле получаетъ свѣтъ не отъ одного только источника, а сразу отъ двухъ. Жирное пятно было бы тогда вполнѣ *идеальнымъ*, когда промасленное мѣсто не отражало бы свѣта, а непромасленное мѣсто не пропускало бы свѣта. Изслѣдованія *Л. Вебера* показали, что чувствительность обыкновеннаго пятна фотометра относительно пятна *идеальнаго* составляетъ $^1/_3$. Изслѣдованія второго отдѣ-

*) См. „Вѣстникъ“ № 29, стр. 112 сем. III.

ленія физико-техническаго государственнаго заведенія въ Германіи привели къ открытію новаго фотометрическаго принципа.

Фиг. 13.



На фиг. 13 представленъ главный разрѣзъ двухъ призмъ A и B. B представляетъ собою обыкновенную призму, обладающую полнымъ отраженіемъ, съ вполнѣ плоской стороной (гипотенузой), тогда какъ призма A плоска только въ мѣстѣ *rs*, а остальныя ея части *qr* и *sp* образуютъ шаровую поверхность. Въ *rs* обѣ призмы налегаютъ другъ на друга такъ плотно, что попадающій откуда нибудь на эту поверхность свѣтъ проходитъ сквозь (подобно черному центральному пятну Ньютоновыхъ колецъ въ отраженномъ свѣтѣ). Находящійся въ O глазъ получитъ свѣтъ отъ *l* только черезъ поверхность соприкосновенія *rs*, тогда какъ отъ λ—только тѣ лучи, которые претерпѣваютъ полное внутреннее отраженіе отъ *ar* и *sb*. Пусть *l* и λ суть плоскости, свѣтящіяся проходящимъ свѣтомъ (diffusleuchtende), а глазъ направленъ на поверхность *arsb*, тогда онъ увидитъ въ общемъ рѣзко очерченное, свѣтлое или темное эллиптическое пятно посреди равномѣрно освѣщеннаго поля. При равенствѣ обоихъ источниковъ свѣта это пятно *вполнѣ* исчезнетъ.

Остальное устройство этого фотометра въ краткихъ чертахъ слѣдующее. Обѣ призмы склеиваются плоскими поверхностями (гипотенузами) въ нѣкоторыхъ мѣстахъ канадскимъ бальзамомъ, въ другихъ же онѣ остаются отдѣленными другъ отъ друга воздухомъ. Толщина склеивающаго слоя сдавливаніемъ призмъ можетъ быть доведена до $^1/_{1000}$ мм. Тамъ, гдѣ находится бальзамъ, призматическій кубикъ прозраченъ, а гдѣ находится воздухъ, происходитъ полное внутреннее отраженіе.

Фиг. 14.

Фиг. 14 показываетъ устройство фотометра съ остальными принадлежностями. Перпендикулярно къ оси фотометрическаго столика *mn* стоитъ экранъ *ik*, состоящій изъ двухъ листковъ бумаги, между которыми находится оловянный листъ. Просвѣчивающій свѣтъ экрана падаетъ на зеркала *e* и *f*, которыя его отбрасываютъ по перпендикулярнымъ направленіямъ къ плоскостямъ (катетовъ)

cb и *dp* призмъ. Наблюдатель наблюдаетъ свѣтъ, падающій на поверхность *arsb*, при помощи выдвижной лупы W.

Средняя погрѣшность въ измѣреніяхъ оказалась не болѣе 0,5%.

Бхм.

♦ **Новый барометръ „Амфизбена". Блэкезли.** (*Blakesley*. Phil. Mag. 26. p. 458. 1888).

Новый барометръ состоитъ изъ прямой стекляной трубки, повсюду одинаковаго внутренняго поперечнаго разрѣза; она на одномъ концѣ закрыта, а на другомъ открыта. Небольшая часть ртутной нити находится въ трубкѣ, и между ртутью и закрытымъ концомъ находится воздухъ. Къ трубкѣ приставляется одинаково раздѣленная скала такъ, чтобы точка нуля приходилась на закрытомъ концѣ, и при помощи ея опредѣляется объемъ заключеннаго воздуха. Этотъ объемъ измѣряется, когда закрытый конецъ трубки обращенъ внизъ, а затѣмъ, когда онъ обращенъ вверхъ, т. е. подъ давленіемъ атмосферы и ртутнаго столбика и подъ давленіемъ атмосферы минусъ ртутный столбикъ. Если постараться, чтобы не происходила перемѣна температуры во время обоихъ отсчитываній, то легко опредѣлить барометрическое давленіе; для этого стоитъ сложить оба отсчитыванія, раздѣлить сумму на разность отсчитываній и затѣмъ остатокъ помножить на длину ртутнаго столбика. Длина ртутнаго столбика по автору самая удобная отъ 25 до 50 цент. Подробное изслѣдованіе этаго новаго барометра въ статьѣ не приведено.

Бхм.

♦ **Вмѣстимость Женевскаго озера. Форель.** (*F. A. Forel*. Bull. Soc. Vandoise. 24. p. 1. 1888).

Объемъ Женевскаго озера составляетъ 90 милліардовъ куб. метровъ. Авторъ задаетъ вопросъ: сколько времени потребовалось бы для наполненія озера, если бы оно высохло? Вычисленія показываютъ, что время это=отъ 14 до 16 лѣтъ, если бы нужная для этого вода доставлялась Роной. Рона, какъ извѣстно, приноситъ съ собой много растворенныхъ веществъ, равно какъ и илъ. Количество этихъ веществъ авторъ считаетъ=2 милліонамъ куб. метрамъ въ годъ. Чтобы занести все озеро этимъ иломъ потребно такимъ образомъ 45000 лѣтъ. Доказано, что часть озера занесена уже со временъ ледяного періода, что вызвало съуженіе начала озера и плоскій видъ его дна. Уменьшеніе площади озера, происшедшее отъ этого, равно 150 кв. метр.; такъ какъ теперешняя площадь озера составляетъ 578 кв. метр. и она будетъ засыпано въ теченіе 45000 лѣтъ, то со времени ледяного періода прошло не болѣе нѣсколькихъ тысячелѣтій.

Бхм.

♦ **Описаніе и происхожденіе группы B солнечнаго спектра. Толлонъ.** (*M. Thollon*. Ann. de l'Observ. de Nice 2. 1887).

Если разсматривать линію солнечнаго спектра, названную *Фраунгоферомъ B*, при чемъ употребить спектроскопъ средняго разсѣянія, то мы увидимъ черное расплывшееся изображеніе по ту сторону C въ мѣстѣ, значительно бѣдномъ линіями. При очень сильномъ разсѣяніи эта линія распадается на нѣсколько рѣзкихъ линій, показывающихъ за-

мѣчательно правильную группировку. Чтобы изучать эту замѣчательную линію требуются отличные аппараты и предусмотрительность. Призмы не годятся для этой цѣли, такъ какъ употребляя ихъ, получимъ красную часть сравнительно слабо разсѣянной. Особенно удобны для такихъ изслѣдованій рѣшетки; такъ что употребляя хорошую рѣшетку *Ройланда*, можно очень хорошо разложить эту группу. При этомъ для большей ясности необходимо пропустить свѣтъ сначала черезъ красное стекло, чтобы освободиться отъ всѣхъ другихъ лучей; кромѣ того свѣтъ предварительно долженъ быть усиленъ при помощи чечевицы. Послѣднее обстоятельство необходимо впрочемъ соблюсти и при употребленіи призмы.

При сильномъ разсѣяніи группа В распадается на нѣсколько толстыхъ и тонкихъ линій, изъ которыхъ первыя почти всѣ расположены очень правильно. Онѣ расположены по парно, при чемъ разстояніе одной пары отъ другой постоянно увеличивается, разстояніе же отдѣльныхъ линій одной и той же пары остается одно и то же. Эта замѣчательная равномѣрность приводитъ къ мысли, что всѣ онѣ происходятъ отъ поглощенія однимъ и тѣмъ же веществомъ, тогда какъ тонкія линіи повидимому относятся къ обыкновеннымъ Фраунгоферовымъ линіямъ.

Вопросъ о происхожденіи группы В вслѣдствіе ея характеристичнаго вида давно занималъ физиковъ; при этомъ требовалось сначала рѣшить, произошло ли поглощеніе уже въ поглощающихъ газовыхъ слояхъ солнечной поверхности, или же оно происходитъ только въ нашей атмосферѣ. Какому элементу или соединенію обязано ея существованіе—составляетъ уже второй вопросъ.

Авторъ сопоставляетъ взгляды различныхъ физиковъ на происхожденіе группы *B*.

Янсенъ приписываетъ ей атмосферное происхожденіе и именно поглощеніемъ свѣта водяными парами.

Ангштрёмъ объясняетъ ея происхожденіе тоже поглощеніемъ нашей атмосферы, но за поглощающую среду считаетъ угольную кислоту.

Абней считаетъ эту группу продуктомъ поглощенія среды, находящейся въ междупланетномъ пространствѣ.

Толлонъ спеціально занимался этимъ вопросомъ, изслѣдуя солнечный спектръ при различныхъ высотахъ солнца, и приходитъ къ заключенію, что группа *B* (равно какъ и *A*) имѣетъ земное происхожденіе. Опыты проф. *Егорова* въ Варшавѣ, состоявшіе въ томъ, что онъ пропускалъ свѣтъ сквозь наполненную сильно сжатымъ кислородомъ трубку, приводятъ къ тому же заключенію, а именно, что обѣ группы (*A* и *B*) зависятъ отъ *поглощенія кислорода* *). *Бхм.*

♦ **Спутникъ Нептуна. Тиссеранъ.** (*Tisserand*. Comp. rend. 107. p. 804. 1888).

Недавно *Marth* обратилъ вниманіе астрономовъ на значительныя измѣненія положенія плоскости орбиты спутника Нептуна, происшедшія

*) Непосредственныя наблюденія академика *Янсена*, произведенныя имъ 13 октября 1888 года на Монбланѣ, показали, что группы *A*, *B* и *α* суть слѣдствія поглощенія нашей атмосферой. *Бхм.*

въ теченіе послѣднихъ 30 лѣтъ. Длина восходящаго узла (ζ) по отношенію къ орбитѣ Нептуна увеличилась за это время на 8°, а наклоненіе (φ) орбиты спутника къ орбитѣ планеты уменьшилось на 6°. Величины ζ и φ, наблюденныя за время отъ 1852 до 1883 года хорошо выражаются формулой $\zeta = 176°48' + 15'.t$; $\varphi = 148°26' - 12'.t$. Здѣсь t означаетъ число лѣтъ протекшихъ съ 1852 года.

Авторъ доказываетъ, что это измѣненіе легко объяснить, если принять, что Нептунъ испыталъ за это время небольшую *приплюснутость*. Эта приплюснутость однако очень мала и ее нельзя замѣтить при помощи телескопа. Вычисленіе показываетъ, что продолжительность обращенія полюса орбиты спутника больше 500 лѣтъ. *Бхм.*

♦ **Измѣненіе гальваническаго сопротивленія тѣлъ при измѣненіи ихъ состоянія. Грунмахъ.** (*Gruпmach.* Wied. Ann. 35. p. 764. 1888).

Авторъ при помощи чувствительнаго метода изслѣдовалъ измѣненіе сопротивленія ртути съ температурой. Сопротивленіе отъ +20° до —30° уменьшается; коэффиціентъ равенъ 0,00086. Во время затвердѣванія сопротивленіе вдругъ уменьшается довольно значительно: а именно оно послѣ затвердѣванія (при—40°) въ 1,5 разъ меньше, чѣмъ при началѣ затвердѣванія (—30°). Дальнѣйшее уменьшеніе сопротивленія до—90° не постоянно. *Бхм.*

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

При редакціи нашего журнала устраивается теперь специальная мастерская для приготовленія **новыхъ гальваническихъ элементовъ** по системѣ Э. К. Шпачинскаго. Элементы эти, которые во всякомъ случаѣ будутъ обходиться дешевле заграничныхъ и могутъ, благодаря преимуществамъ удобства пересылки и крайней простотѣ ихъ содержанія, получить въ Россіи широкое распространеніе, имѣются двухъ типовъ: **стѣнные** (плоскіе) и **батарейные** (цилиндрическіе). Стѣнные элементы, въ видѣ плоской жестянки, удобно привѣшиваемой къ стѣнѣ на гвоздикѣ, примѣнимы во всѣхъ случаяхъ, гдѣ достаточно тока отъ одного элемента (напр. для электрическихъ звонковъ, часовъ, огнивъ, телефоновъ, медицинскихъ катушекъ, многихъ лекціонныхъ опытовъ и пр.); по величинѣ они раздѣляются на: 1) *карманные*—формата записной книжки, 2) *сигнальные* и 3) *лабораторные.* Изъ нихъ карманные—закрыты герметически и относятся къ категоріи *сухихъ* элементовъ. Батарейные элементы (пригодныя напр. для тетеграфной службы, для физическихъ кабинетовъ и пр.) состоятъ изъ цилиндрическихъ жестянокъ, размѣщаемыхъ (на изолирующихъ подставкахъ) въ шкафахъ, ящикахъ и пр. Новые элементы поступятъ въ продажу къ началу $18^{89}/_{90}$ учебнаго года; къ тому же времени будетъ опубликованъ подробный прейсъ-курантъ.

По отзывамъ газетъ **VIII-ой съѣздъ русскихъ естествоиспытателей и врачей,** не состоявшійся въ прошломъ году въ г. Харьковѣ, будетъ открытъ въ концѣ текущаго года въ С.-Петербургѣ (съ 28 декабря до 7 января 1890 г.) Предполагаются новыя секціи: географіи, этнографіи и агрономіи.

20-го февр. текущаго года при Варшавскомъ Императорскомъ Университетѣ состоялось открытіе **Варшавскаго Общества Естествоиспытателей** съ двумя от-

дѣленіями: 1) біологіи и 2) физики и химіи.—Общество состоитъ изъ дѣйствительныхъ членовъ и членовъ сотрудниковъ. Членскій взносъ въ размѣрѣ 3 р. ежегодно вносятъ только дѣйствительные члены *).

◆ Въ г. Саратовѣ подъ редакціей врача *А. Тельнихина* открывается „Сборникъ работъ популяризаторовъ знанія и литературныхъ произведеній русскихъ и иностранныхъ“ подъ заглавіемъ **Помощь самообразованію.** Редакція обѣщаетъ въ этомъ году издать два выпуска Сборника, цѣною каждый въ 3 р. съ пересылкой, а затѣмъ предполагаетъ преобразовать его въ періодическое изданіе.

◆ 28 марта 1889 г. скончался на 103 году жизни старѣйшій изъ европейскихъ химиковъ, членъ Пар. Академіи Наукъ **М. Э. Шеврель** **).

ЗАДАЧИ.

№ 442. Даны радіусы внѣвписанныхъ круговъ треугольника ABC— ρ, ρ_1 и ρ_2. Пусть O, O′ и O″—центры этихъ круговъ. Вычислить площадь треугольника OO′O″ и найти ея отношеніе къ площади треугольника ABC. *Н. Николаевъ* (Пенза).

№ 443. Найти сумму ряда

$$\frac{1}{3.4.5}+\frac{2}{4.5.6}+\frac{3}{5.6.7}+\ .\ .\ .\ +\frac{n}{(n+2)(n+3)(n+4)}.$$

Н. Паатовъ (Тифлисъ).

№ 444. Даны двѣ постоянныя точки A и B и окружность; точка M движется по окружности. Опредѣлить, когда сумма AM+BM достигаетъ maximum и minimum. *А. Бобятинскій* (Барнаулъ).

№ 445. Показать, что произведеніе цѣлыхъ чиселъ, начиная съ какого нибудь числа n до числа $2n-2$, равно произведенію всѣхъ нечетныхъ чиселъ отъ 1 до $2n-3$, умноженному на $(n-1)$-ю степень 2. (Заимств.) *Я. Тепляковъ*.

№ 446. Черезъ центръ даннаго круга проведена прямая перпендикулярно къ данной прямой; требуется провести къ кругу касательную такъ, чтобы отрѣзокъ ея между этими перпендикулярными прямыми дѣлился въ точкѣ касанія въ данномъ отношеніи. *З. Колтовскій* (Харьковъ).

№ 447. Рѣшить уравненіе

$$\frac{(x-1)^2}{3x}=\frac{3-x}{1-x}.$$

Н. Ивановскій (Воронежъ).

---

*) Отчетъ о 1-мъ засѣданіи физико-химической секціи см. слѣд. № 66 „Вѣстника“ стр. 124.

**) О заслугахъ покойнаго въ области теоретической и технической химіи см. слѣд. № 66 „Вѣстника“ въ отчетѣ о засѣданіи Кіевскаго Общ. Ест. 1-го апрѣля.

Упражненія для учениковъ.

1) $x^2+y^2=a^2$. $xy=b^2$

2) $2x+3y\sqrt{-1}=3x^2+2y^2\sqrt{-1}$

3) $(x^2+y^2+x+y-3)^2+(x^2-y^2+x-y-1)^2=0$

4) $4x-y-z=1$, $4y-z-x=2$, $4z-x-y=3$

5) $3x+4y-5z=6$, $4x-5y+3z=6$, $-5x+3y+4z=6$

6) $x(x+y+z)=a$, $y(x+y+z)=b$, $z(x+y+z)=c$

7) $xy=a^2$, $yz=b^2$, $zx=c^2$

8) $xy=a$, $xz=b$, $y^2+z^2=c^2$

9) $100^x=0{,}001$

10) $0{,}1^{10x}=10$

11) $0{,}75^{9x}=\left(\frac{4}{3}\right)^{3x^2}$

12) $(a+b)^x=(ab)^x$

13) $x^{2x+3}=1$

14) $x^{\frac{a}{cx+d}}=x^{\frac{b}{e+fx}}$

15) $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$

16) $x^{lgx}=10000$

17) $x^{lgx}=100x$

18) $x+y=a$, $lgx+lgy=lgb$

19) $lgx+lgy=lga$, $lgx-lgy=lgb$.

Н. Соболевскій (Москва).

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 107. Металлическій наэлектризованный шаръ радіуса R соединенъ тонкою проволокою съ однимъ полюсомъ квадрантнаго электрометра, другой полюсъ котораго отведенъ къ землѣ. Стрѣлка электрометра отклоняется на *n* дѣленій отъ положенія равновѣсія. Затѣмъ соединительная проволока отцѣпляется отъ полюса электрометра (при помощи каучуковыхъ щипцовъ), оставаясь соединенною съ шаромъ R и приводится на нѣкоторое время въ соприкосновеніе съ другимъ изолированнымъ метал-

лическимъ шаромъ радіуса R′, который помѣщенъ на довольно значительномъ разстояніи отъ перваго, чтобы находиться внѣ его электрическаго вліянія. Затѣмъ, та-же проволока, будучи отцѣплена отъ второго шара и все еще прикрѣплена къ первому шару, опять соединяется съ полюсомъ электрометра. Стрѣлка даетъ теперь отклоненіе въ n' дѣленій. Наконецъ, та же тонкая проволока, оставаясь соединенною съ электрометромъ, отцѣпляется отъ перваго шара и соединяется со вторымъ. Какое будетъ теперь отклоненіе электрометра? Емкостью соединительной проволоки можно пренебрегать. Кромѣ того предполагается, что электричество, распредѣляющееся на шарахъ и на квадрантахъ, во время опытовъ не испытываетъ потери чрезъ воздухъ или изолирующія подставки.

Когда первый шаръ соединенъ съ электрометромъ, то количества электричества на шарѣ и заряженныхъ квадрантахъ электрометра будутъ

$$RKn \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

и

$$xKn \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2),$$

гдѣ K есть коэффиціентъ, на который нужно умножить отклоненіе электрометра, чтобы получить величину разности потенціаловъ на обѣихъ парахъ квадрантовъ. Когда первый шаръ соединяется со вторымъ, то потенціалъ перваго шара (т. е. Kn) измѣняется, но количество электричества на обоихъ шарахъ остается то же, что было сперва на первомъ. Обозначимъ новый потенціалъ на обоихъ шарахъ черезъ V, тогда имѣемъ

$$RV+R'V=RKn,$$

отсюда

$$V=\frac{RKn}{R+R'}.$$

Количество электричества, оставшагося на первомъ шарѣ будетъ

$$RV=\frac{R^2Kn}{R+R'} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

и на второмъ:

$$R'V=\frac{RR'Kn}{R+R'} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

Когда теперь первый шаръ соединится съ электрометромъ и этотъ отклонится на n' дѣленій, то количество электричества на шарѣ и электрометрѣ выразится чрезъ

$$RKn'+xKn',$$

но оно будетъ слагаться изъ суммы количествъ (2) и (3). Слѣдовательно:

$$(R+x)Kn'=\left(\frac{R^2}{R+R'}+x\right)Kn,$$

откуда

$$x=\frac{R^2}{R+R'}+\frac{RR'}{R+R'}\cdot\frac{n}{n-n'}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (5)$$

Пусть ζ будетъ неизвѣстное отклоненіе электрометра когда второй шаръ соединенъ съ квадрантами. Тогда

$$R'K\zeta+xK\zeta=\frac{RR'}{R+R'}Kn+xKn'. \quad . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

отсюда, на основаніи (5) опредѣляется ζ.

NB. Удовлетворительнаго рѣшенія этой задачи не было получено ни одного.

Прим. ред.

№ 287. Построить четыреугольникъ по даннымъ сторонамъ a, b, c, d, и по углу α, образованному продолженіемъ сторонъ a и c.

Фиг. 15.

Положимъ задача рѣшена, и четыреугольникъ ABCD (фиг. 15) искомый. Черезъ C проведемъ линію || и =AB и черезъ A линію || и =BC. Обѣ онѣ пересѣкутся въ M и MC=a, AM=b, $\angle$MCD=α.

Изъ этихъ соображеній вытекаетъ рѣшеніе задачи. Строимъ треугольникъ MCD по двумъ сторонамъ a и c и углу α между ними. Изъ вершины D описываемъ окружность радіуса d, а изъ вершины M—радіуса b, въ пересѣченіи окружностей получатся вершины A и A′. Слѣд. задача допускаетъ два рѣшенія.

Условіе возможности задачи:

$$\sqrt{a^2+c^2-2ac.\mathrm{Cos}\alpha}<b+d.$$

В. Соллертинскій (Гатчино), *П. Свѣшниковъ* (Троицкъ), *А. Бобятинскій* (Барнаулъ), *С. Шатуновскій* (Кам.-Под.), *И. Кукуджановъ* (Кіевъ), *П. Петровъ* (Москва). Ученики: Курск. г. (5) *К. П.*, Влад. Дух. Сем. (4) *А. К.*, Короч. г. (8) *Н. Б.*

Редакторъ-Издатель Э. К. Шпачинскій.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 19 Мая 1889 г.
Типо-литографія Высочайше утвержд. Товарищества И. Н. Кушнеревъ и К°.